

Toma de decisiones en problemas de optimización con gran número de objetivos

Propuesta de Proyecto Divisional

10 de junio de 2020

Resumen

El problema central que tratamos atender en este proyecto de investigación es el diseño de métodos eficaces para llevar a cabo la etapa de toma de decisiones en problemas de optimización con muchos objetivos. La toma de decisiones en optimización es un tema de interés tanto desde el punto de vista de la ciencia básica como desde el práctico. Desde la perspectiva de ciencia básica, puede dar luz sobre temas importantes en optimización multiobjetivo ya que la toma de decisiones involucra los siguientes elementos: optimización con un número reducido de evaluaciones de la función objetivo, modelado de las preferencias del usuario, análisis de conflicto entre los objetivos, y caracterización de las soluciones óptimas de Pareto, por mencionar algunos.

Actualmente, los métodos tradicionales para incorporar preferencias, visualizar soluciones compromiso y extraer información no se pueden aplicar de manera directa en altas dimensiones o tienen mal desempeño.

Sin embargo, con base en esfuerzos iniciales reportados en la literatura especializada para resolver este problema, consideramos que es posible diseñar algoritmos para realizar de manera eficaz el proceso de toma de decisiones en problemas con gran cantidad de objetivos.

Con respecto a la incorporación de preferencias (con muchos objetivos), creemos que es posible tener un método capaz de presentar al usuario una buena aproximación de soluciones óptimas (evaluadas según los indicadores del área) y que permita al tomador de decisiones guiar la búsqueda hacia regiones compromiso que reflejen sus preferencias.

En cuanto a los métodos de visualización (con muchos objetivos), exploraremos la posibilidad de diseñar un método aplicable a casos generales que permita analizar soluciones compromiso relacionando la información de los parámetros de diseño (valores de las variables) y su desempeño (valores objetivo).

Sobre la extracción de conocimiento, consideramos que es posible diseñar un método basado en técnicas de minería de datos para extraer características de las soluciones óptimas de Pareto con muchos objetivos, útiles para el tomador de decisiones.

Finalmente, desarrollaremos una aplicación con interfaz de usuario gráfica que integre los tres elementos descritos anteriormente: incorporación de preferencias, visualización de soluciones, y extracción de conocimientos del frente de Pareto.

1. Responsables y colaboradores del proyecto

Responsable

- Dr. Antonio López Jaimes, Profesor Asociado D Tiempo Completo, Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas.
Participación: diseño de métodos de incorporación de preferencias en optimización multiobjetivo, y diseño de técnicas de minería de datos aplicadas en el análisis del frente de Pareto.

Colaboradores

- Dra. Alicia Montserrat Alvarado González, Profesora Asociada D Medio Tiempo, Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas.
Participación: evaluación mediante el análisis de señales fisiológicas y encefalográficas del papel de las emociones en un sistema de toma de decisiones por computadora.
- Dr. Abel García Nájera, Profesor Titular C Tiempo Completo, Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas.
Participación: análisis de desempeño de las técnicas de integración de preferencias en problemas con espacios discretos.
- Dr. Saúl Zapotecas Martínez, Profesor Asociado D Medio Tiempo, Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas.
Participación: aplicación de técnicas de minería de datos aplicadas en la toma de decisiones en problemas con gran cantidad de objetivos.

Fecha de vigencia

Del 1 julio 2020 al 30 de junio de 2023 (tres años). Estas fechas se eligieron para tratar de ajustarlo al proyecto CONACyT de Ciencia Básica que financiaría el proyecto divisional que se propone en este documento.

2. Orientación

- Investigación básica (x)
- Investigación aplicada (x)
- Desarrollo o adaptación (x)
- Transferencia de tecnología ()
- Desarrollo de tecnología()

3. Antecedentes

3.1. Optimización multiobjetivo

La mayoría de los problemas de optimización del mundo real involucran dos o más objetivos que se tienen que optimizar simultáneamente y que se encuentran en conflicto (i.e., mejorar uno de ellos empeora algún otro). Por ejemplo, encontrar el conjunto de rutas de vehículos que

realicen entregas en el menor tiempo posible y que a la vez se minimicen los costos de transporte (salarios, gasolina, peajes, etc.).

A este tipo de problemas se les conoce como *problemas de optimización multiobjetivo* (MOP, del inglés *multiobjective optimization problem*¹). Para una presentación a profundidad de estos temas, el lector puede consultar algunas de las referencias clásicas del área (e.g., [14]). La definición formal se presenta a continuación.

Definición 1 (Problema de optimización multiobjetivo). *Un MOP se define mediante:*

$$\text{Minimizar } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})]^T, \quad \text{tal que } \mathbf{x} \in \mathcal{X}. \quad (1)$$

El vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ está compuesto por n *variables de decisión* que representan los *parámetros de diseño* del problema. El *conjunto factible* $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ determina los valores permitidos para las variables. La función vectorial \mathbf{f} se compone por $k \geq 2$ *funciones objetivo* escalares $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, k$). En optimización multiobjetivo, los conjuntos \mathbb{R}^n y \mathbb{R}^k son conocidos como *espacio de las variables decisión* y *espacio de las funciones objetivo*, respectivamente.

Una característica distintiva de los MOPs es que los objetivos están en conflicto. Por ejemplo, en el problema de encontrar las rutas más rápidas, si el costo disminuye (menos vehículos), el tiempo de entrega aumenta. En optimización multiobjetivo no hay una única solución óptima sino un conjunto de soluciones alternativas óptimas llamadas *óptimos de Pareto*. Estas soluciones son óptimas en el sentido que no es posible mejorar un objetivo sin deteriorar otro.

Un elemento importante en optimización multiobjetivo es la relación de preferencia para comparar soluciones en el espacio de los objetivos para guiar la búsqueda, y eventualmente, converger o aproximarse a las soluciones óptimas. La relación de preferencia elegida comúnmente en este caso es la relación de *dominancia de Pareto*.

Definición 2 (Relación de dominancia de Pareto). *Un vector \mathbf{z}^1 domina a un vector \mathbf{z}^2 (ambos en \mathbb{R}^k) si y sólo si: $\forall i \in \{1, \dots, k\} : z_i^1 \leq z_i^2$ y $\exists i \in \{1, \dots, k\} : z_i^1 < z_i^2$.*

Con esta relación usualmente obtenemos un conjunto de alternativas que representan los diferentes compromisos entre los objetivos. Estas soluciones alternativas, representadas por los valores de los parámetros de diseño, son llamadas *soluciones óptimas de Pareto* y su imagen en el espacio de las funciones objetivo es conocido como *frente de Pareto*.

3.2. Algoritmos evolutivos para optimización multiobjetivo

Debido a la dificultad de varios MOPs del mundo real, se han propuesto enfoques alternativos para resolverlos de manera eficaz. Entre estas alternativas se encuentran los *Algoritmos Evolutivos de Optimización Multiobjetivo* (MOEAs, del inglés *multiobjective evolutionary algorithm*), los cuales son métodos estocásticos de búsqueda y optimización que simulan el proceso de evolución natural.

Una característica importante de la mayoría de los MOEAs es que utilizan la relación de dominancia de Pareto para comparar soluciones en el espacio de las funciones objetivo. En particular, las soluciones en la población son jerarquizadas usando la dominancia de Pareto y las mejores soluciones son combinadas y variadas para producir soluciones cada vez más cercanas al frente de Pareto.

¹Puesto que consideramos que en el área de optimización multiobjetivo las siglas en inglés están bien arraigadas, para evitar confusión, en este documento usaremos las siglas en este idioma.

3.3. Incorporación de preferencias

Contar con una buena aproximación del frente de Pareto no resuelve completamente un problema de optimización multiobjetivo. En la práctica, solamente una solución compromiso, o unas pocas, se implementarán (e.g., el diseño de una motocicleta o un puente). El proceso de analizar y elegir esta solución se conoce como *toma de decisiones* o *incorporación de preferencias*. Es precisamente en este proceso donde se integran las prioridades particulares del área de aplicación.

La persona que tiene la tarea de seleccionar una solución entre todas las óptimas (o aproximaciones) de Pareto es conocida como *tomador de decisiones* (DM, del inglés *decision maker*). Hay diferentes enfoques para incorporar (o articular) las preferencias del DM. Por ejemplo, el DM puede simplemente jerarquizar el conjunto de objetivos según su importancia. Una clasificación común de estos enfoques se puede encontrar en [14].

3.4. El caso de los MOPs con muchos objetivos

Resultados recientes reportados en la literatura [12, 8] han mostrado que el desempeño de los MOEAs se degrada conforme aumenta el número de objetivos del problema. La comunidad de optimización multiobjetivo se refiere a los problemas con más de tres objetivos como *many-objective optimization problems* (MaOP). Por simplicidad, en este documento usaremos el término *problemas de optimización con muchos objetivos*.

En la literatura se han identificado las siguientes dificultades principales debido a un alto número de objetivos:

1. *Deterioro de la capacidad de búsqueda.* Al aumentar el número de objetivos, la capacidad para discriminar entre buenas y malas soluciones se diluye.
2. *Dimensionalidad del frente de Pareto.* El número de puntos necesarios en una muestra representativa del frente de Pareto² aumenta exponencialmente con el número de objetivos. Elegir solamente un diseño a implementar entre todas las soluciones plantea una tarea extremadamente difícil.
3. *Visualización y análisis del frente de Pareto.* Con más de tres objetivos ya no es posible graficar el frente de Pareto de manera intuitiva.

4. Motivación

Un recuento de la literatura reciente [8] revela que la mayoría de los esfuerzos para tratar *problemas con muchos objetivos* se concentran en mejorar la capacidad de búsqueda de los MOEAs. Por ejemplo, se han propuesto: a) criterios alternativos para comparar soluciones (e.g., [9]), b) métodos para reducir el número de objetivos (e.g., [5]), o c) descomponer un MOP en varios problemas mono-objetivo (e.g., [17]).

Sin embargo, en varias aplicaciones de optimización de muchos objetivos (e.g., [11]) una de las tareas más importantes es la selección de una solución óptima del frente de Pareto para implementarla. En esta labor son esenciales:

- a) la incorporación de preferencias del tomador de decisiones,
- b) la visualización de soluciones con alta dimensionalidad, y
- c) la extracción de información para inferir reglas generales de diseño.

Aunque la incorporación de preferencias es un área bien explorada (véase sección siguiente), hay pocas propuestas que consideran escenarios con gran cantidad de objetivos y varias de esas propuestas están diseñadas para aplicaciones particulares. Una posible explicación de esto es que

²Suponiendo el caso donde el frente de Pareto es un conjunto infinito o muy grande.

en esta fase se necesita mostrar una muestra pequeña con una buena aproximación del frente de Pareto. Sin embargo, como hemos mencionado, los MOEAs tienen problemas para encontrar buenas aproximaciones cuando hay muchos objetivos.

Aunado a esto, consideremos que el DM se apoya fuertemente en la visualización de soluciones para expresar sus preferencias y aprender sobre el problema. No obstante, las propuestas actuales normalmente están diseñadas para MOPs particulares, o no capturan todas las características esenciales de un frente de Pareto, es decir, puntos de inflexión, discontinuidades o correlación entre objetivos. Por tanto, un método de visualización simple, pero que incorpore la mayor cantidad de información para tomar decisiones es fundamental.

Finalmente, en aplicaciones de ingeniería no es suficiente elegir una solución para implementarla, sino que también se buscan extraer guías generales de diseño para aplicarlas en prototipos futuros. Por ejemplo, en el diseño de alas de avión sería útil identificar las características comunes de los perfiles óptimos de manera que se puedan integrar a diseños futuros o para predecir el desempeño de un ala sin esperar costosas simulaciones.

En conclusión, el diseño de una infraestructura para realizar la toma de decisiones en escenarios altamente dimensionales contribuirá principalmente a avanzar el estado del arte de la *optimización con muchos objetivos*. Adicionalmente, ayudará a ampliar la aplicación de los MOEA hacia más campos como la ingeniería aeronáutica, ingeniería civil, o ingeniería biológica, donde usualmente hay más de tres objetivos.

5. Trabajo relacionado

Como se describe en esta sección, en la literatura especializada se comienzan a reportar intentos para asistir al tomador de decisiones en problemas de optimización con muchos objetivos (MaOPs). Sin embargo, puesto que la mayoría de estas propuestas han experimentado con métodos tradicionales provenientes de otras áreas (e.g., métodos de visualización o de minería de datos), aún no se toman en cuenta las características particulares de los MaOPs. La propuesta presentada en este documento considera la interacción de tres etapas esenciales para la toma de decisiones: la incorporación de preferencias, la visualización de soluciones del frente de Pareto (o aproximaciones) y, finalmente, la extracción de conocimiento para problemas futuros. Así entonces, en esta sección presentamos contribuciones relacionadas a estas tres áreas.

5.1. Métodos de incorporación de preferencias

En esta área hay una amplia variedad de métodos de incorporación de preferencias integrados a MOEAs. Sin embargo, la mayoría de las propuestas consideran 2 o 3 objetivos solamente (véase por ejemplo, la revisión presentada en [10]).

Por otro lado, entre las propuestas que sí se han diseñado para resolver MaOPs encontramos las siguientes. Sindhya et al. [13] propusieron un método interactivo en el cual un algoritmo evolutivo es usado para resolver un problema mono-objetivo definido por una función de logro (*achievement function*). La desventaja de este enfoque es que solamente muestra un punto al tomador de decisiones en cada interacción.

Un método interactivo reciente fue propuesto por López et al. [10] para tratar con MaOPs. Este método está basado en la función de logro de Chebyshev. La idea básica es combinar la dominancia de Pareto y la función de Chebyshev para comparar soluciones en el espacio de las funciones objetivo. La desventaja de este método es la dificultad para ajustar el parámetro que determina el balance entre las dos relaciones de preferencia.

Recientemente, Cruz et al. [2] propusieron dirigir la búsqueda de un MOEA hacia una región de interés del frente de Pareto. La limitante de este método es que fue diseñado para problemas discretos y que, además, no ofrece un método interactivo para reducir gradualmente la región de interés hasta que el DM esté satisfecho.

Finalmente, aunque en la literatura especializada se ha mostrado que las emociones son fundamentales para tomar una decisión (véase, por ejemplo [7, 19, 20] para una aproximación desde el punto de vista de las neurociencias, o bien, en [18] donde se explora este tema dentro del área de toma de decisiones multiobjetivo), hasta ahora no se ha considerado su uso de manera directa en un sistema de toma de decisiones.

5.2. Visualización del frente de Pareto

Inicialmente, los primeros métodos utilizados para visualizar frentes de Pareto fueron tomados directamente de otras áreas. En particular, para MOPs se han utilizado mapas de calor [16], en los cuales cada renglón de una matriz de colores sirve para representar una solución. No obstante, los renglones no tienen un orden particular y, por este motivo, es difícil observar relaciones de dependencia entre soluciones y objetivos.

Entre los métodos especialmente propuestos para representar frentes de Pareto de MaOPs encontramos los siguientes. Köppen y Yoshida [15] propusieron un método que realiza una transformación del espacio de objetivos original a un espacio con solamente dos dimensiones. Aunque las soluciones mutuamente no dominadas son colocadas en el mismo nivel en el espacio transformado, el orden entre ellas no se preserva. Asimismo, la distancia entre cada nivel de soluciones no dominadas tampoco se preserva. Por su parte, Fieldsen y Everson [3], propusieron un método similar, pero la diferencia principal es que en cada nivel de soluciones no dominadas, una solución es colocada cerca de las soluciones que la dominan.

Recientemente, Ibrahim et al. [4] presentaron una técnica basada en el método de visualización RadVis (*radial coordinate visualization*). Sin embargo, este método no mantiene la información de la relación de dominancia y los niveles de soluciones no dominadas.

5.3. Minería de datos en el frente de Pareto

En la literatura se han reportado principalmente propuestas que integran técnicas de minería de datos a la optimización multiobjetivo en problemas particulares. Por ejemplo, Bandaru et. al [6] propusieron aplicar una técnica de aprendizaje no supervisado a un problema de administración de inventarios. Por otro lado, Watanabe et. al. [11] obtuvieron reglas de decisión a partir de las soluciones no dominadas de un problema de separación del flujo de aire en perfiles de alas de avión. Una buena revisión de las técnicas de minería de datos aplicadas en optimización multiobjetivo se presenta en [1]. Aunque se han aplicado métodos de minería de datos tanto en la búsqueda como en la toma de decisiones, como concluyen los autores de esta revisión, aún falta proponer técnicas *ad hoc* que consideren las características particulares de la optimización multiobjetivo. Entre estas características encontramos:

1. Las soluciones tienen dos espacios, el de las variables y el de los objetivos. Por lo tanto, faltan métodos que realicen el análisis considerando ambos espacios.
2. Consideración del tomador de decisiones. Cuando el tomador de decisiones proporciona un conjunto de soluciones preferidas, entonces se debería usar un método de aprendizaje supervisado.
3. Representación del conocimiento. Los métodos que representan el conocimiento de manera implícita (e.g., máquinas de vectores-soporte, técnicas de agrupamiento) sirven para inter-

pretar los resultados. Sin embargo, difícilmente se puede integrar este conocimiento a un nuevo problema.

6. Hipótesis

Actualmente, los métodos tradicionales para incorporar preferencias, visualizar soluciones compromiso y extraer información no se pueden aplicar de manera directa en altas dimensiones. No obstante, con base en esfuerzos iniciales reportados en la literatura para resolver este problema, consideramos que es posible diseñar una infraestructura que integre métodos y herramientas para realizar el proceso de toma de decisiones en problemas con muchos objetivos.

Con respecto a la incorporación de preferencias, creemos que es posible tener un método capaz de presentar al usuario una buena aproximación de soluciones óptimas (evaluadas según los indicadores del área) y que permita al tomador de decisiones guiar la búsqueda hacia regiones compromiso que reflejen sus preferencias. Basados en nuestros resultados anteriores [10], podemos decir que los métodos que usan un punto de referencia son más adecuados para incorporación de preferencias en un escenario con muchos objetivos. Esto porque la información solicitada al DM no aumenta de manera dramática como en métodos que requieren comparaciones por cada par de objetivos. Por tanto, comenzaremos mejorando nuestra propuesta anterior para obtener un método interactivo más apropiado para incorporar preferencias en problemas con muchos objetivos.

En cuanto a los métodos de visualización, tenemos elementos para creer que se puede mejorar el diseño de un método aplicable a casos generales y que permita analizar soluciones compromiso relacionando la información de los parámetros de diseño (valores de las variables) y su desempeño (valores objetivo). Basados en nuestra experiencia usando la correlación para estimar conflicto (véase [10, 9]), exploraremos inicialmente la idea de mapear los objetivos a menos dimensiones, pero usando el conflicto entre los objetivos para perder la menor cantidad de información posible.

Sobre la extracción de conocimiento, consideramos que es posible diseñar un método basado en técnicas de minería de datos para tratar con soluciones de alta dimensionalidad y que permita obtener reglas generales de diseño para ciertos problemas de la vida real. En particular, vamos a comenzar investigando el potencial de usar un *programa genético* (GP) para obtener la relación entre parámetros de diseño y las soluciones de una aproximación del frente de Pareto. A diferencia de una red neuronal, por ejemplo, con un GP obtendríamos una ecuación simbólica de dicha relación.

7. Objetivo general y objetivos específicos

7.1. Objetivo general

Ampliar el conocimiento sobre los problemas de optimización con muchos objetivos haciendo énfasis en la etapa de toma de decisiones.

7.2. Objetivos específicos

- Desarrollar nuevos algoritmos para incorporar preferencias del usuario para resolver problemas con muchos objetivos.
- Proponer métodos para la visualización de aproximaciones del frente de Pareto en problemas con muchos objetivos.
- Desarrollar algoritmos para extraer conocimiento a partir de una aproximación del frente de Pareto en escenarios con muchos objetivos.

- Desarrollar una herramienta de software para facilitar la toma de decisiones en problemas con muchos objetivos integrando: incorporación de preferencias, visualización y extracción de conocimiento.

8. Metas

Estas metas se derivan directamente de los objetivos a alcanzar.

- Conocer las limitantes de los métodos tradicionales de incorporación de preferencias en escenarios altamente dimensionales.
- Conocer el papel de las emociones en un sistema de toma de decisiones multiobjetivo.
- Conocer el desempeño de los MOEA para aproximar el frente de Pareto en problemas con muchos objetivos usando un conjunto pequeño de soluciones (las mostradas al tomador de decisiones).
- Conocer la relación entre parámetros de diseño de las soluciones y su desempeño para visualizarlas.
- Contar con una técnica de visualización que refleje la forma del frente de Pareto en más de 3 dimensiones (puntos de inflexión, continuidad, convexidad, etc.).
- Conocer el desempeño de técnicas de minería de datos para extraer conocimiento en problemas con muchos objetivos.

9. Metodología

Para alcanzar los objetivos planteamos la siguiente metodología:

1. Continuar con el análisis de la literatura para: *i*) comprender el funcionamiento de los métodos tradicionales de toma de decisiones aplicados a problemas con muchos objetivos, *ii*) conocer las limitantes de las técnicas de visualización y de minería de datos propuestos para problemas con muchos objetivos.
2. Realizar una selección de problemas de prueba apropiados para analizar el desempeño de las técnicas involucradas en la incorporación de preferencias.
3. Experimentar (implementaciones reales) con una selección de las siguientes técnicas para identificar los componentes críticos que afectan su desempeño al aumentar el número de objetivos: *i*) técnicas de incorporación de preferencias, *ii*) técnicas de visualización y *iii*) de minería de datos.
4. Diseñar e implementar un algoritmo de incorporación de preferencias interactiva que gradualmente reduzca la muestra de soluciones presentada al DM. Este método incorporará directa o indirectamente información de las emociones del DM para apoyar al proceso de toma de decisiones.
5. Diseñar e implementar una técnica de visualización del frente de Pareto con más de 3 objetivos. Como punto inicial comenzaremos usando información de conflicto para realizar una reducción de objetivos que pierda la menor cantidad de información.
6. Diseñar e implementar un método para realizar minería de datos. Inicialmente diseñaremos un método que use un programa genético para obtener una ecuación que exprese la relación entre parámetros de diseño y valores de las soluciones no dominadas.
7. Finalmente, integrar las 3 propuestas anteriores en una herramienta de software visual para ayudar al usuario en todo el proceso de toma de decisiones en problemas con muchos objetivos.

10. Recursos para el proyecto

10.1. Financiamiento externo

La propuesta que se presenta en este documento sería el complemento del proyecto CO-NACyT de Ciencia Básica A1-S-36498 que tiene el mismo título. Este proyecto patrocinado tiene una vigencia del 5 de septiembre al 20 de noviembre de 2022. Sin embargo, para tener periodos de años completos, proponemos que este de proyecto divisional termine en junio de 2023, en caso de ser aceptado.

Para los tres años de este proyecto patrocinado contamos con un presupuesto total de \$794, 500 pesos distribuido de la siguiente manera:

- **Gasto de inversión:** se planean comprar 6 laptops, un equipo de almacenamiento de red (NAS) y periféricos: cámara web, adaptador red WiFi, y un adaptador de video.

Año 1	\$202,500	5 laptops o PCs, 1 NAS y periféricos
Año 2	\$ 30,000	1 laptop o PC
Año 3	\$ 0	
Total	\$232,500	(29% del gasto total)

- **Gasto corriente:** se planea financiar gastos para 2 profesores visitantes del extranjero (boleto avión y viáticos), 4 salidas a congreso internacional (registro, boleto avión y viáticos), apoyo anual para 7 estudiantes de licenciatura, acervo bibliográfico y consumibles.

Año 1	\$278,000	1 prof. visitante, 1 salida congreso, 5 apoyos estudiantes, acervo, consumibles.
Año 2	\$145,600	1 prof. visitante, 1 salida congreso, 1 apoyo estudiante, acervo, consumibles.
Año 3	\$138,400	2 salidas congreso, 1 apoyo estudiante, acervo, consumibles
Total	\$562,000	(71% del gasto total)

11. Calendario de actividades

12. Actividades

Las actividades por etapas anuales son las siguientes:

Año 1:

1. Terminar la revisión del estado del arte sobre métodos de incorporación de preferencias.
2. Selección de problemas de prueba apropiados para analizar el desempeño de las técnicas de incorporación de preferencias.
3. Mejorar nuestra propuesta ya publicada de incorporación de preferencias en cuanto a la búsqueda.
4. Diseño del mecanismo que use información de las emociones en el proceso de toma de decisiones.
5. Comparación del desempeño de nuestra propuesta de incorporación de preferencias contra propuestas similares.

Año 2:

1. Revisión del estado del arte sobre los métodos de visualización para representar datos con alta dimensionalidad.

2. Selección de técnicas de visualización para implementarlas y evaluar su desempeño.
3. Diseño y evaluación de nuestra técnica de visualización que capture el mayor número de características de las soluciones en el espacio de los objetivos.
4. Implementación del módulo con interfaz gráfica para la visualización de soluciones en el espacio de los objetivos y en el de las variables.
5. Implementación de un método que integre el método de incorporación de preferencias y la técnica de visualización de frentes de Pareto con más de 3 objetivos.

Año 3:

1. Revisión del estado del arte de los métodos para identificar correlación entre las soluciones óptimas de Pareto y los parámetros que generan ese buen desempeño.
2. Selección de algunas técnicas de extracción de conocimiento para implementarlas y evaluar sus ventajas y desventajas.
3. Diseño y evaluación de nuestra técnica para extraer conocimiento del frente de Pareto.
4. Desarrollo final de una aplicación de software que integre los tres elementos principales de la propuesta: la incorporación de preferencias, visualización de soluciones y ayuda para extraer conocimiento del frente.

En la Tabla 1 se muestra el calendario de actividades durante los tres años que se proponen para el proyecto. Al final de cada año se destina un trimestre para la comunicación de resultados obtenidos. Esto incluye reportes de proyectos de investigación, tesis de maestría, publicaciones de congreso o revista. Por razones prácticas estas actividades se ubicaron al final de cada año, pero en los hechos podrían estar distribuidas en otras partes del año.

13. Resultados esperados

1. Comunicación de resultados

- 3 artículos de **revista indexada** (JCR). Uno en el segundo año y dos en el tercero.
- 4 artículos de **congreso especializado**. Uno en el primer año, dos en el segundo, y uno más en el tercer año.
- 1 **artículo de divulgación** por año.

2. Software

- Al final del proyecto, una aplicación integral para la toma de decisiones en problemas de optimización con gran cantidad de objetivos.

3. Formación de Recursos Humanos³

- 7 Proyectos terminales de Licenciatura al término de los 3 años. Tres el primer año, y dos en cada uno los dos años siguientes.
- 1 Proyecto de Investigación de Maestría en los tres años.
- Al menos un proyecto de investigación doctoral en curso al final de los 3 años.

Referencias

- [1] Sunith Bandaru, Amos H.C. Ng y Kalyanmoy Deb. "Data mining methods for knowledge discovery in multi-objective optimization: Part A - Survey". En: *Expert Systems with Applications* 70 (2017), págs. 139-159.

³Actualmente tenemos 3 alumnos de proyecto terminal para trabajar en actividades relacionadas con este proyecto.

Actividad	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Año 1									
Revisión sobre incorporación de preferencias	X								
Selección problemas de prueba inc. preferencias		X							
Mejorar propuesta ya publicada de incorporación de preferencias	X	X							
Mecanismo que integre las emociones en la toma de decisiones		X	X						
Evaluación desempeño de propuesta de incorporación de preferencias			X						
Comunicación de resultados			X						
Año 2									
Revisión de métodos de visualización				X					
Selección de técnicas de visualización para implementarlas				X	X				
Diseño y evaluación propuesta técnica de visualización				X	X	X			
Implementación del módulo con interfaz gráfica para visualizar soluciones					X	X			
Integración de método de inc. de preferencias + técnica de visualización						X			
Comunicación de resultados						X			
Año 3									
Revisión métodos para identificar correlación entre soluciones óptimas							X		
Selección técnicas de extracción de conocimiento para implementarlas							X		
Diseño y evaluación de técnica para extraer conocimiento del frente							X	X	X
Aplicación que integre los 3 elementos de la propuesta: inc. preferencias, visualización y extracción conocimiento								X	X
Comunicación de resultados									X

Tabla 1: Programa de actividades por trimestre

- [2] Laura Cruz-Reyes y col. "Incorporation of implicit decision-maker preferences in multi-objective evolutionary optimization using a multi-criteria classification method". En: *Appl. Soft Comp.* 50 (2017), págs. 48-57.
- [3] Jonathan E. Fieldsend. "Enabling Dominance Resistance in Visualisable Distance-Based Many-Objective Problems". En: *GECCO '16*. Denver, Colorado, USA: ACM, 2016, págs. 1429-1436.
- [4] A. Ibrahim, S. Rahnamayan, M. V. Martin y K. Deb. "3D-RadVis: Visualization of Pareto front in many-objective optimization". En: *2016 IEEE CEC*. 2016, págs. 736-745.
- [5] Handing Wang y Xin Yao. "Objective reduction based on nonlinear correlation information entropy". En: *Soft Computing* 20.6 (2016), págs. 2393-2407.
- [6] Sunith Bandaru, Tehseen Aslam, Amos H.C. Ng y Kalyanmoy Deb. "Generalized higher-level automated innovization with application to inventory management". En: *European Journal of Operational Research* 243.2 (2015), págs. 480 -496.
- [7] D. Eagleman. *The Brain: The Story of You*. Canongate Books, 2015.
- [8] Antonio López Jaimes y Carlos A. Coello Coello. "Many-objective Problems: Challenges and Methods". En: *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Ed. por Janusz Kacprzyk y Witold Pedrycz. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015. Cap. 51, págs. 1033-1046.
- [9] Antonio López Jaimes, Akira Oyama y Kozo Fujii. "A Ranking Method Based on Two Preference Criteria: Chebyshev Function and Epsilon-Indicator". En: *2015 IEEE CEC*. 2015, págs. 2827-2834.
- [10] Antonio López Jaimes y Carlos A. Coello Coello. "Including Preferences Into a Multiobjective Evolutionary Algorithm to Deal With Many-Objective Engineering Optimization Problems". En: *Information Sciences* 277.0 (sep. de 2014), págs. 1-20.
- [11] Takeshi Watanabe y col. "Many-objective evolutionary computation for optimization of separated-flow control using a DBD plasma actuator". En: *CEC 2014*. 2014, págs. 2849-2854.
- [12] Oliver Schütze, Adriana Lara y Carlos A. Coello Coello. "On the Influence of the Number of Objectives on the Hardness of a Multiobjective Optimization Problem". En: *IEEE Trans. Evol. Comput.* 15.4 (2011), págs. 444-455.
- [13] Karthik Sindhya, Ana Belen Ruiz y Kaisa Miettinen. "A Preference Based Interactive Evolutionary Algorithm for Multi-objective Optimization: PIE". En: *EMO 2011*. Ed. por R. Takahashi, K.y Deb, E. F. Wanner y S. Greco. Vol. 6576. LNCS. Springer, 2011, págs. 212-225.
- [14] Carlos A. Coello Coello, Gary B. Lamont y David A. Van Veldhuizen. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Second. New York: Springer, 2007.
- [15] M. Koppen y K. Yoshida. "Visualization of Pareto-Sets in Evolutionary Multi-Objective Optimization". En: *7th International Conference on Hybrid Intelligent Systems (HIS 2007)*. 2007, págs. 156-161.
- [16] Andy Pryke, Sanaz Mostaghim y Alireza Nazemi. "Heatmap Visualization of Population Based Multi Objective Algorithms". En: *4th International Conference EMO 2007*. Ed. por S. Obayashi y col. Matsushima, Japan: Springer, 2007, págs. 361-375.
- [17] Qingfu Zhang y Hui Li. "MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition". En: *IEEE Trans. Evol. Comput.* 11.6 (2007), págs. 712-731.
- [18] Fred Wenstøp. "Mindsets, rationality and emotion in Multi-criteria Decision Analysis". En: *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 13.4 (2005), págs. 161-172.
- [19] H.A. Simon. *Administrative Behavior, 4th Edition*. Free Press, 1997.
- [20] A.R. Damasio. *Descartes' Error*. HarperCollins, 1994.